

MPS : Les empreintes digitales

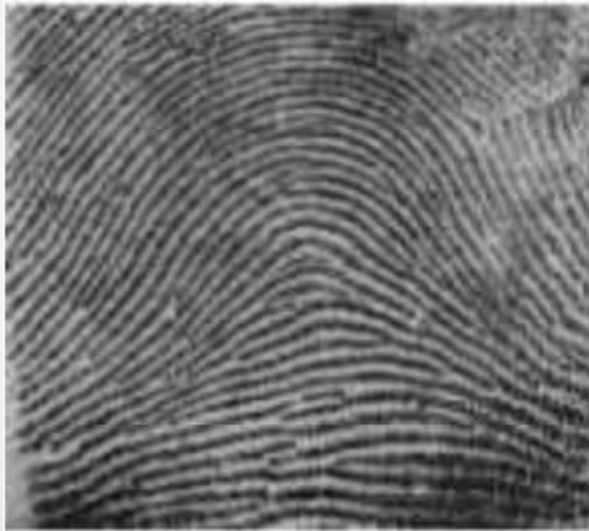
Mr BERGÈS - Mathématiques

Quelques généralités

- Au sens large, les empreintes digitales désignent les empreintes laissées par les reliefs cutanés des doigts.
- Tout objet manipulé à mains nues est taché par nos empreintes. Ces empreintes sont constituées de substances encrines sécrétées par les glandes sudoripares (sueur).
- La formation des empreintes dépend essentiellement (mais pas uniquement) du programme génétique global de développement commun à l'ensemble des humains.
- Aucun lien entre l'origine ethnique des individus et le tracé des empreintes digitales.
- On distingue trois types principaux d'empreintes, regroupant 95% des empreintes digitales humaines :
 - Arches (5%) ;
 - Boucles à gauche ou à droite (60 %) ;
 - Tourbillons (30 %).

Les 3 types d'empreintes

- Arches :



5%

Boucles :



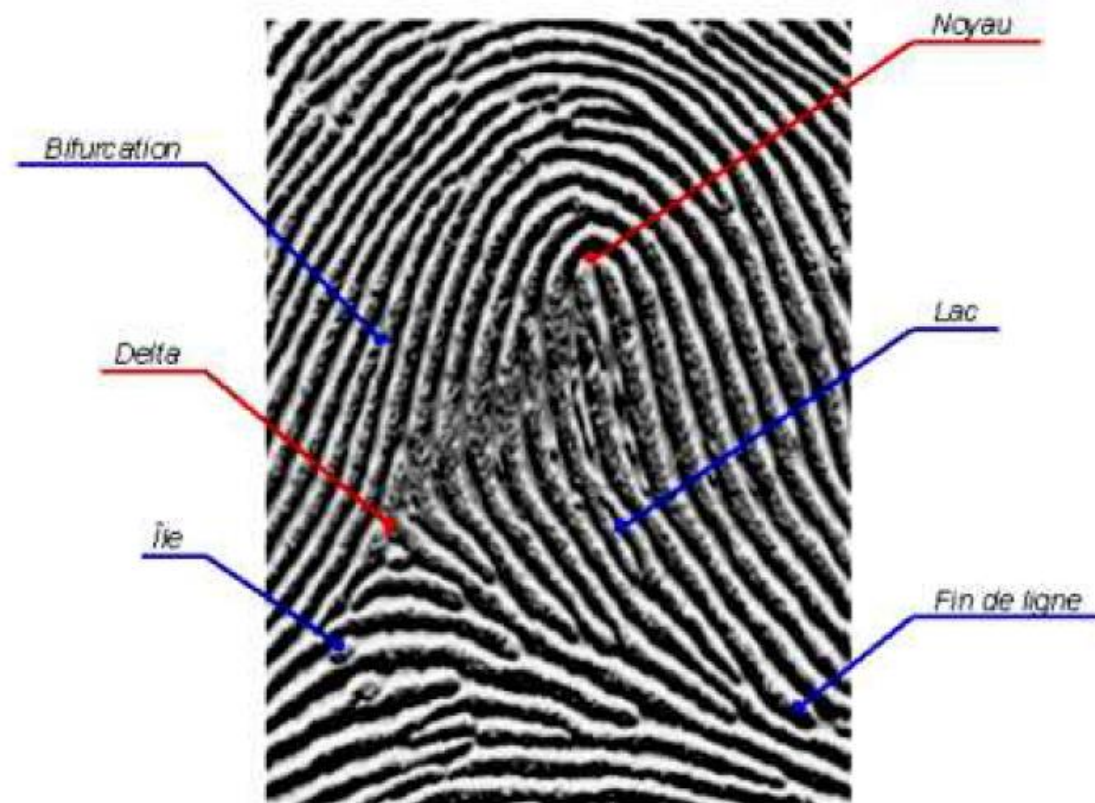
60 %

Tourbillons :



30 %

Les éléments caractéristiques



Les éléments qui permettent de différencier deux empreintes digitales ayant le même motif sont :

- ❖ **D'une part les points singuliers globaux :**
noyau ou centre : lieu de convergences des stries.
delta : lieu de divergences des stries.
- ❖ **D'autre part les points singuliers locaux :**
les minuties : points d'irrégularité se trouvant sur les lignes capillaires.

Les minuties

Il en existe jusqu'à 16 types de minuties, mais on n'en retient que 2 grandes dans les algorithmes de tri :



Bifurcation
(droite ou
gauche)



Lac (creux)



Terminaison
(gauche ou
droite)



Îles (saillantes)



Bifurcations

Terminaisons

Traitement informatique des empreintes

- On numérise l'image de l'empreinte, puis on la squelettise (1 pixel par strie) ;
- On récupère une centaine de minuties par empreinte : c'est **la signature**.



Image d'origine



Image binarisée



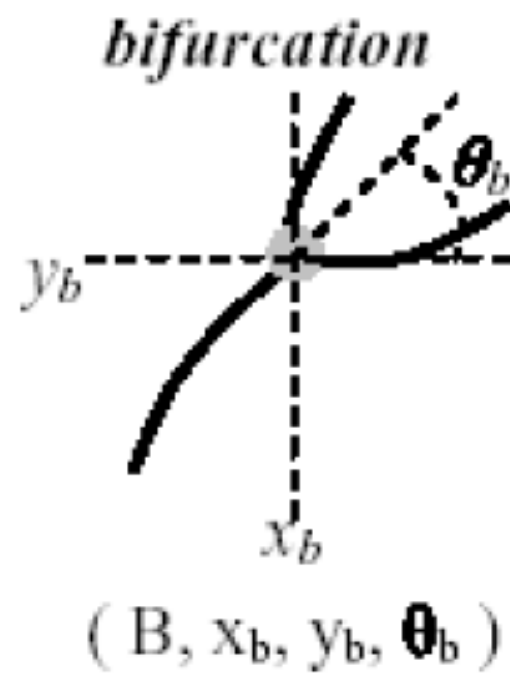
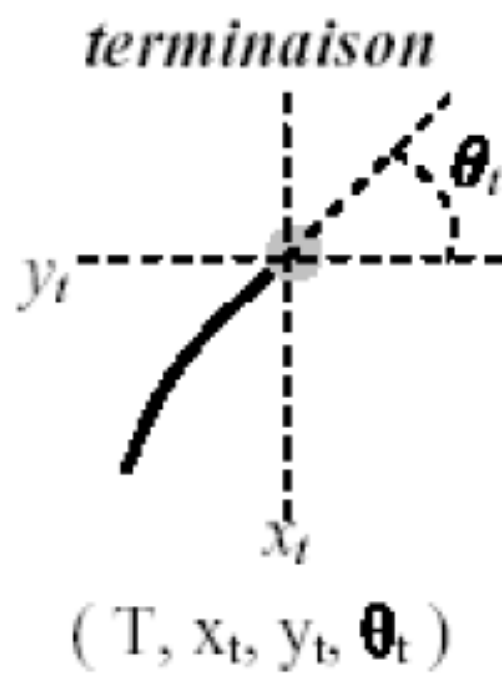
Extraction des minuties

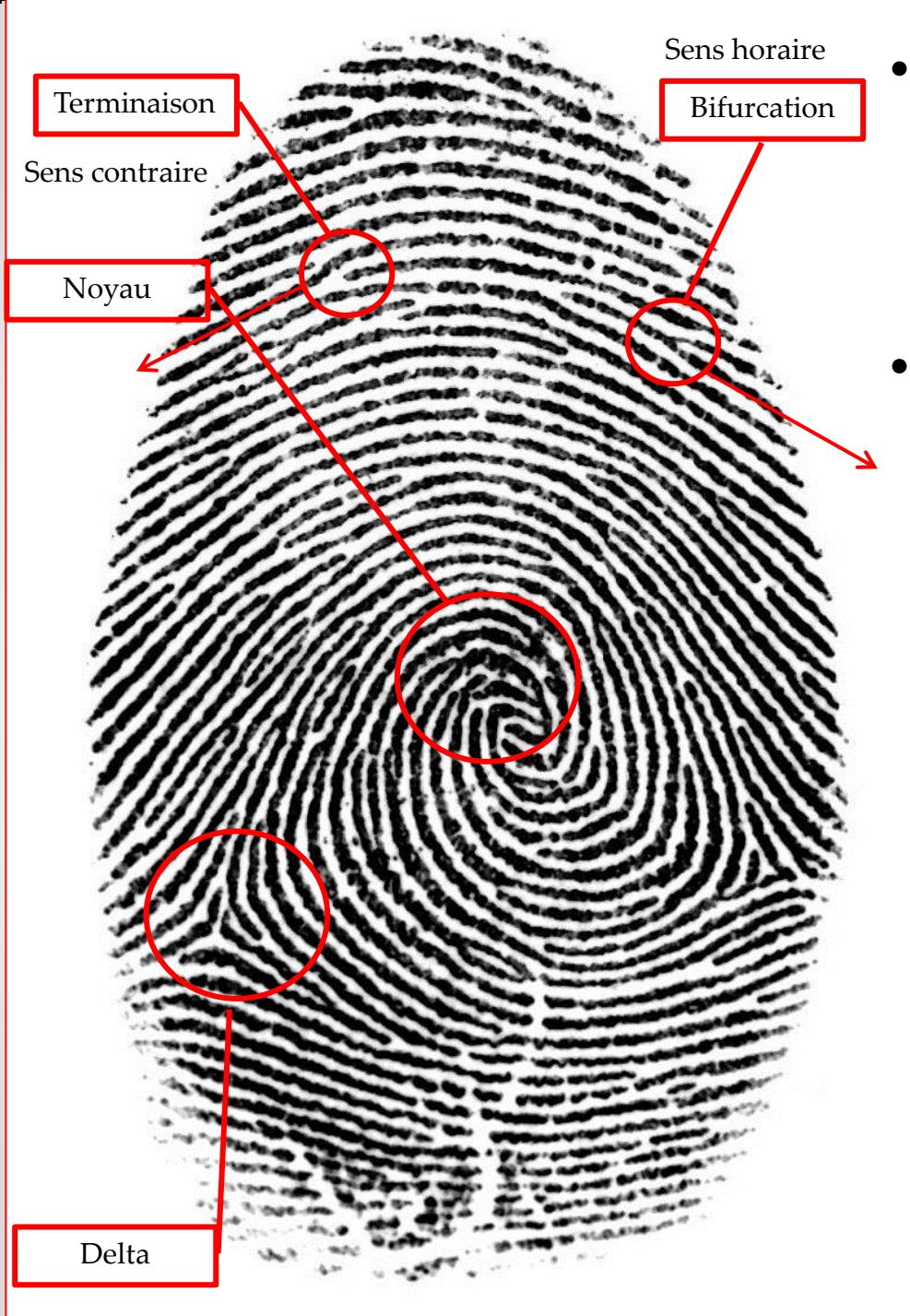
La signature

- Sur la centaine de minuties présentes sur une empreinte digitale, la Loi Française estime que 12 sont suffisantes pour en caractériser une.
- Dans les faits, on en stocke 15 par empreinte.
- Il est possible que plusieurs empreintes possèdent la même signature. Prenons l'exemple de jumeaux: les différences entre leurs empreintes sont trop infimes pour qu'on ne les considère pas comme identiques.
- Pour le stockage des données, chaque minutie est caractérisée comme suit :

Chaque minutie est repérée et répertoriée comme suit :

- Le type de minutie : *bifurcation* ou *terminaison*.
- La position de la minutie dans l'image : *coordonnées* $(x; y)$.
- La direction du bloc local associé à la strie : θ

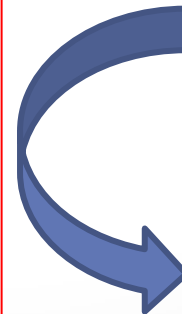




- On divise cette empreinte en 100 carrés identiques, contenant chacun une minutie.
- On repère le Noyau et le Delta (lieu de bifurcation des stries) ;



Sens des aiguilles
d'une montre



Sens contraire des aiguilles
d'une montre

Exemple

- Stockage de 27 minutes à partir d'une empreinte :



Quelle probabilité que deux empreintes soient identiques ?

- On va utiliser le modèle de Balthazard (1910) :
 - On ne considère que deux types minuties (**terminaison** ou **bifurcation**) ;
 - Chaque minutie peut avoir deux directions (**sens des aiguilles d'une montre** ou **sens contraire des aiguilles d'une montre**) ;

Pour chaque minutie, il y a donc possibilités.

- En moyenne, il y a 100 minuties sur une empreinte (pour un doigt donné) :
 - On décompose chaque empreinte comme une surface composée de 100 carrés. C'est donc une grille de 100 carrés qu'on superpose sur chaque empreinte.
 - Chaque carré est supposé identique mais indépendant des autres, donc pour chacun des carrés, il y a ... configurations possibles.

*Pour un doigt,
on a donc ... configurations d'empreintes possibles.*

Quelle probabilité que deux empreintes soient identiques ?

- Sachant que $2^{10} \approx 10^3$, on a alors $4^{100} \approx \dots$
- Si on retient 100 minuties par empreinte :
Probabilité d'une empreinte identique est de :
- Soit k le nombre de minuties retenues pour identifier une empreinte, alors :
 - Pour $k = 1$, il y a ... empreintes possibles.
 - Donc, la probabilité d'une empreinte identique $P(k = 1)$ est de : ...
 - Pour $k = 2$, il y a ... empreintes possibles.
 - Donc, la probabilité d'une empreinte identique $P(k = 2)$ est de : ...

 - Pour k , il y a ... empreintes possibles.
 - Donc, la probabilité d'une empreinte identique $P(k)$ est de : ...

Calculer $P(k)$ pour k allant de 1 à 20.

Quelle probabilité que deux empreintes soient identiques ?

- Aujourd'hui, en novembre 2014, la population mondiale est estimée à 7,2 milliards d'individus « uniques ». On note 125 millions (..... %) de jumeaux dans la population mondiale, dont seulement 10 millions (... %) de « vrais jumeaux » monozygotes.
- Quel est le nombre de minuties k à considérer pour que les configurations possibles d'empreintes soient plus importantes que le nombre d'individus (et donc déterminer une empreinte de manière unique) ?

On cherche k tel que

D'après, le tableau qu'on a construit, on trouve $k = \dots$

Quelle probabilité que deux empreintes soient identiques ?

- En France, on ne considère que 12 minuties pour établir une certitude ;

Pour 12 minuties, combien de configurations d'empreintes sont possibles ?

En 2013, 2 547 499 individus étaient fichés.
12 minuties sont-elles alors suffisantes ?

- Limites de cette analyse :
 - Ne prend pas en compte le dessin digital des empreintes (seulement les minuties concordantes) ;
 - Les minuties ne sont pas réparties uniformément sur les 100 carrés considérées (prouvé scientifiquement par Christophe Champod en 2011) ;
 - Il n'existe pas que 4 types de minuties, il y a des débats pour bien définir les minuties.